

掛谷問題 ～ その 1 ～

皆さん、こんにちは。2学期が始まりましたね。1学期の Math Story は数に関連する話を中心でしたが、2学期は図形に関連する話もしていきたいと思います。様々な数学の分野、問題を知り、少しでも数学に興味を持って楽しんでくれればと思います。2学期は図形の問題で有名な掛谷問題から始めていきたいと思います。掛谷問題とは次のような問題です。

問題 1 (掛谷問題) 長さ 1 の線分を 1 回転することのできる領域で、面積最小のものは何か。

この問題は、1916年に掛谷宗一によって考えられた問題です。掛谷宗一(1886～1947)は、数学者で東北帝国大学(現東北大学)助教授、東京文理科大学(現筑波大学)教授、東京帝国大学(現東京大学)教授などを歴任し、1944年には統計数理研究所の初代総長を務めています。代数方程式の解のもつ性質についての定理(Eneström - Kakeya theorem)や、連立積分方程式および関連する関数論的研究(これにより、帝国学士恩賜賞を受賞しています。恩賜賞は日本で最も権威のある学術賞で、数学者では4名しか受賞していません。)が有名です。

掛谷問題が考えられた経緯は、統計数理研究所に所蔵されている掛谷宗一の研究ノートの1916(大正5)年11月23日の部分に残っているので、それを引用しておきます。

§10 Smallest domain of revolution.

5, 11, 23

藤原君ガ正三角ノ内転形ノーツノ model ヲ食堂ニテ一同ニ紹介セラシ時北条總長ガ何心ナク発セラレタル奇警ノ一句アリ曰ク「此内転形ガ一回転スルニ要スル最小ナル場所ハ此正角形ナルカ」ト。予ハ側ニ在リテ之ヲ非常ニ興味アル質問ナリト感じ直チニ自ラ次ノ如キ一般ノ問題ヲ創作セリ。即

与ヘラレタル平面図形 X アリ。之ガ平面ニ一度回転シ得ル為メニ必要ナル最小面積ノ domain $D(X)$ ヲ求メヨ。

ここに出てくる藤原君とは、当時、東北帝国大学教授であった数学者の藤原松三郎のことで当時の日本を代表する数学者です。また、北条總長とは、当時、東北帝国大学総長であった北条時敬のことです。ノートからは、ある図形が正三角形の内部を回転するモデルを藤原が食堂で紹介していた時、北条が「その図形が1回転する最小面積の図形はその正三角形か?」と聞いたことをきっかけに、掛谷は一般化した問題「ある図形 X が1回転できる最小面積の領域 $D(X)$ は?」を考えたことがわかります。ただ、この問題だとある図形 X という条件がゆるすぎるため、その後、掛谷は図形 X が直線の一部で、長さが l のときを考え始めました。これが掛谷問題のスタートとなります。

一見、簡単に考えられそうな問題ですが、とんでもないあっと驚く結論が待っています。とりあえず、どのような領域であれば長さ1の線分を1回転させることができるか、また、その面積をなるべく小さくするとどのような領域になるかを考えてみてください。それでは、また来週!!