

J. H. Conway ～ライフゲーム～

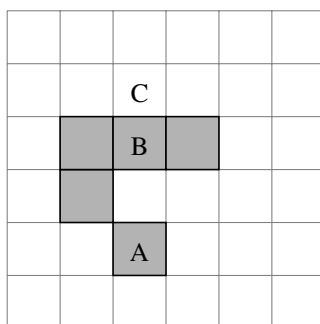
前回の”abc 予想について その 1”で世の中で数学のニュースが出ることはあまりないと書きましたが、今週、数学者でプリンストン大学教授のコンウェイ (J. H. Conway) が 82 歳でコロナウィルスにより 2020 年 4 月 11 日に亡くなったというニュースが届きました。日本でもオンラインニュースで流れていたのを見覚えのある皆さんもいるかもしれません。”abc 予想について その 2”として”abc 予想”のお話をする予定でしたが、変更してコンウェイの話をしたいと思います。お付き合いください。

コンウェイの業績として特に有名なものは、ライフゲームの考案、数論分野の有限単純群の分類における散在型単純群の 1 つであるコンウェイ群の発見、結び目理論におけるコンウェイ多項式の発見、組合せゲーム理論への貢献などです。何のことやさっぱりという難しい単語が並んでいますが、気にしないでください。ここからは、皆さんがとらえやすいライフゲームのお話をしていきます。また、ライフゲーム以外にもコンウェイの業績をインターネットなどで調べて、わからなくて全然かまわないので数学の世界を体感していただけたらうれしいです。

ライフゲームとは、生命の誕生、進化、淘汰などを簡易モデルで表したシミュレーションであり、セル・オートマトンとして有名なものです。ルールは以下の通りです。

1. 格子状のマスに対し、1 つ 1 つのマスがセル (細胞) と呼ばれる。
2. 各セルには ”生” または ”死” の 2 つの状態がある。
3. あるセルの上下左右斜めにある 8 つのセルを、あるセルに隣接するセルという。
4. あるセルの次のステップでの状態は、セルの今の状態と、隣接するセルの今の状態により次のように決定される。
(誕生) ”死” のセルに対し、隣接する ”生” のセルがちょうど 3 つならば、次のステップで ”生” のセルに変化する。
(生存) ”生” のセルに対し、隣接する ”生” のセルが 2 つまたは 3 つならば、次のステップでも ”生” のセルのままである。
(過疎) ”生” のセルに対し、隣接する ”生” のセルが 1 つ以下ならば、次のステップで ”死” のセルに変化する。
(過密) ”生” のセルに対し、隣接する ”生” のセルが 4 つ以上ならば、次のステップで ”死” のセルに変化する。

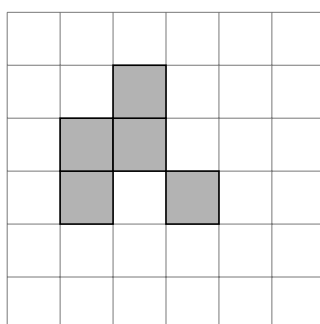
ルール設定が素晴らしいと思いませんか。現実世界の生命環境をうまくモデリングしていて、誕生、生存、過疎、過密の設定が秀逸でしょう。自分の周りが、多すぎても少なすぎても ”死” の状態になってしまいます。このようなルールの下で、ある初期配置を与えるとどのように状態が変化していくかを考えるのが、ライフゲームといわれる研究テーマです。気づいた方もいるかもしれませんが、去年の市川中学校の 1 回目の入試の大問 5 (電球が時間変化で点滅する問題) は、このライフゲーム元にして、ルールを少し変えた問題になっています。次のページにライフゲームの具体的な例を少し上げます。



ここからは, "生" のセルは黒で, "死" のセルは白で表すものとします. 上の図のような初期配置のとき, 次のステップで図はどのように変化するかを, 読み進める前に考えてみてください. 1つ1つのセルがどのように変化するかを考えます.

- A のセルは今, "生" のセルとなっています. 隣接する上下左右斜めの 8 個のセルのうち, "生" のセルは 1 つしかありません. そのため, 過疎のルールから次のステップでは "死" のセルに変化します.
- B のセルは今, "生" のセルとなっています. 隣接する 8 個のセルのうち, "生" のセルは 3 つあります. そのため, 生存のルールから次のステップでも "生" のセルのままです.
- C のセルは今, "死" のセルとなっています. 隣接する 8 個のセルのうち, "生" のセルは 3 つあります. そのため, 誕生のルールから次のステップでは "生" のセルに変化します.

このようにしてすべてのマスに関してルールを適用して考えると, 次のステップではこのような状態になることがわかります.



そうしたら, 今度はこの状態から次のステップを考えます. これを繰り返していくのがライフゲームです. ちなみに, この後もう 3 回ステップを進めてみてください. 図としては 6×6 の盤面にかいていますが, 無限に広がっていると思ってください. そうするとあることに気が付きませんか. 不思議ですよ. 少しでも初期配置が違っているとこのようにはなりません. ちなみに, 最初の配置はグライダーと呼ばれていて, 移動物体と呼ばれている中で有名なものです.

他の配置で考えてみたくなりましたか? インターネットの動画サイトで "life game" と検索するとたくさん面白い映像が見られるので, ぜひ見てください. また, 初期配置を与えるとステップを進めてくれるサイトもあります ("ライフゲーム ブラウザ"などで検索してみてください). 興味を持った初期配置を入力して動かしてみると面白いですよ (ちなみに私が好きな物体は "銀河" や "グライダー銃" です). さらに, これがどんな数学の問題になるのかも気になりませんか. 実はただの遊びではなく様々な数学の問題がライフゲームには潜んでいます. 皆さんよく調べてみてくださいね. それではまた来週 !!